

Problème 445 – Au plus près du vrai mille-feuilles

Niveau : Troisième

Chapitres : Arithmétique, Puissances

Inédit, publié le 14/04/2024



Il est bien connu que le fameux gâteau mille-feuilles ne comprend pas vraiment mille feuilles. En effet, les pâtisseries, pour préparer la pâte feuilletée du gâteau (le fameux « tourage »), replient la pâte en trois, étalent la pâte, replient la pâte en trois, l'étalent etc... effectuant la manœuvre 6 fois de suite afin d'obtenir au total 3^6 , soit 729 feuilles. Ce n'est donc pas exactement mille feuilles. L'objectif du problème est de comprendre comment obtenir un « vrai » mille-feuilles, ou du moins comment s'en approcher selon les contraintes imposées.

Contrairement à la recette du mille-feuilles, qui impose qu'on ne plie la pâte uniquement qu'en 3, on imagine qu'un pâtissier peut également la plier en 2, en 5 voire en 7 mais pas plus. Le pâtissier a donc à sa disposition quatre types de pli.

- 1) Pourquoi le pâtissier n'a-t-il pas besoin d'ajouter à ses connaissances la manière de plier la pâte en 4 ou en 6 ?
- 2) Si le pâtissier décide de ne choisir qu'un seul type de pli, combien de feuilles contiendra le gâteau le plus proche d'un « vrai » mille-feuilles ?
- 3) On suppose à partir de cette question que le pâtissier s'autorise à mélanger les types de pli.
 - a) Montrer qu'il peut former un « vrai » mille feuilles en ne choisissant que deux types de pli.
 - b) Justifier qu'à l'ordre près des plis effectués, il n'existe aucune autre manière d'atteindre exactement le « vrai » mille feuilles en pliant uniquement en 2, 3, 5 ou 7.
- 4) a) Considérons une pâte feuilletée qui a déjà été pliée une fois en 3.
En continuant à plier la feuille en 2, 3, 5 ou 7, à combien de feuilles au minimum manquera-t-on, d'atteindre le « vrai » mille-feuilles ?
b) Répéter la question, mais dans le cas où la pâte a été pliée une fois en 7 puis une fois en 5.